$$
\begin{aligned}
e &= k_2 \times \frac{\lambda_2}{2n} \qquad \text{où } k_2 \text{ est un entier.} \\
&= k_2 \times 0,20 \ \ \mu\text{m.}
\end{aligned}
$$

3. L'ensemble des valeurs possibles pour e est l'intersection des deux ensembles précédents, soit

$$e = k \times 1,0 \ \ \mu\text{m, où } k \text{ est entier.}$$

4. Les longueurs d'onde éteintes sont celles qui conduisent à une interférence destructive, c'est-à-dire qui vérifient $2ne = (k_3 + 1/2)\lambda$, où k_3 est aussi entier.

   Il vient donc que les longueurs d'onde éteintes vérifient

$$\lambda = \frac{2ne}{k_3 + \frac{1}{2}}.$$

   Si on se limite au spectre visible, les longueurs d'onde en question sont $\lambda_3 \simeq 0,69$ μm, $\lambda_4 \simeq 0,53$ μm et $\lambda_5 \simeq 0,44$ μm.

Exercice 2

1. Sur l'écran, les rayons issus de chacune des sources secondaires S_1 et S_2 se superposent et donnent naissance à des franges d'interférence rectilignes perpendiculaires à l'axe (S_1S_2).

   Pour une description quantitative du phénomène d'interférence, écrivons les expressions respectives des vibrations en $M(x)$ issues de S_1 et S_2. Comme rien n'est précisé dans l'énoncé quant à la polarisation de l'onde issue de S, considérons uniquement l'aspect scalaire du champ électrique et exprimons-la sous forme complexe :

$$
\begin{aligned}
\underline{E_1} &= \underline{\mathcal{A}} \exp^{i(\omega t)} \\
\underline{E_2} &= \underline{\mathcal{A}} \exp^{i\left(\omega t - \frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)}
\end{aligned}
$$

Remarque :

Les deux sources secondaires sont équidistantes de S, elles reçoivent donc la même puissance lumineuse. Comme elles sont considérées comme ponctuelles, elles émettent une onde sphérique, dont l'intensité ne dépend que de la distance à la source. Par conséquent, dans la limite $x \ll$

D (qui correspond au domaine de validité de l'expression de δ donnée dans l'énoncé) on peut considérer que $S_1M \simeq S_2M \simeq D$ et donc que l'amplitude $\underline{\mathcal{A}}$ des vibrations est identique pour $\underline{E_1}$ et $\underline{E_2}$, et constante sur tout l'écran.

L'intensité lumineuse $I(x)$ reçue en M est simplement proportionnelle au module carré $\underline{E}.\underline{E}^*$ de l'amplitude totale $\underline{E} = \underline{E_1} + \underline{E_2}$:

$$
\begin{aligned}
I(x) &\propto |\underline{\mathcal{A}}|^2 \times \left| \exp^{i(\omega t)} + \exp^{i\left(\omega t - \frac{ax}{D}\right)} \right|^2 \\
&\propto 2 + 2\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \\
I(x) &\propto 1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)
\end{aligned}
$$

On obtient une distribution d'intensité sinusoïdale selon Ox ; les franges sont donc équidistantes, et la distance entre deux franges brillantes adjacentes est appelée l'*interfrange* i. C'est tout simplement la période du cosinus :

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{2 \times 0,5.10^{-6}}{1.10^{-3}} = 1 \text{ mm.}$$

2. Si on déplace S horizontalement sur l'axe HO, on ne change pas la différence de marche des deux rayons en x, donc les franges ne sont pas modifiées. Seule la puissance des sources S_1 et S_2 – identique pour les deux – varie : elle augmente lorsque S est rapprochée de H et vice versa.

3. Si maintenant S est déplacée parallèlement à S_1S_2, on retrouve le résultat obtenu dans le premier exercice du sujet 1 : les franges conservent la même interfrange mais se déplacent verticalement, en sens inverse de S.

   Plus précisément, on peut déterminer le sens et la valeur du déplacement des franges en déterminant la nouvelle position de la frange centrale correspondant à une différence de marche nulle : lorsque S est sur l'axe HO, frange centrale est en O, tandis que si on déplace S de x' vers le haut, la différence de marche s'écrit

$$\delta' = \frac{ax}{D} + \frac{ax'}{d}, \qquad \text{d'où} \quad x_0 = -\frac{Dx'}{d} = -\frac{2 \times 1.10^{-3}}{0,5} = 4 \text{ mm.}$$

4. Les deux radiations considérées correspondent à des longueurs d'onde proches, dans le bleu. La frange centrale est commune aux deux radiations, mais comme les interfranges sont légèrement différentes, les deux systèmes de franges se décalent à mesure que l'ordre d'interférence augmente, jusqu'à ce qu'ils soient "en opposition de phase", c'est-à-dire

qu'une des longueurs d'onde ait une frange brillante à l'endroit où l'autre a une frange sombre. À cet endroit le contraste est quasiment nul, à l'exception de nuances de couleurs.

Quantitativement, le système de franges associé à λ a une interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$ tandis que celui associé à λ' a une interfrange $i' = \frac{\lambda' D}{a} < i$. La première disparition des franges a lieu lorsque $x_1 = ni = \left(n + \frac{1}{2}\right) i'$, soit pour

$$n = \frac{i'}{2(i - i')} = \frac{\lambda'}{2(\lambda - \lambda')}.$$

Finalement, on trouve

$$x_1 = \frac{D}{2a}\frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \lambda'} = \frac{2}{2 \times 1.10^{-3}}\frac{0,5 \times 0,48.10^{-6}}{0,02} = 1,2 \ \text{cm}.$$

5. (a) Le théorème de Malus-Dupin (cf. sujet 1) implique que le chemin optique entre S et l'entrée des cuves est identique pour les deux rayons représentés sur la figure. La différence de marche ne peut donc provenir que du chemin optique ultérieur. Or, ici les deux cuves contiennent toutes deux de l'air et le montage est symétrique par rapport à OS. Donc on observe en O une frange brillante, la frange centrale correspondant à l'ordre d'interférence $p = 0$.

   (b) Si on introduit à la traversée de C_2 une différence de marche supplémentaire $\delta = \lambda/2$, l'ordre d'interférence en O vaut alors $p = 1/2$, donc la frange est noire.

   En revanche, si $\delta = \lambda$, alors $p = 1$ et la frange est de nouveau brillante. On voit donc défiler en O une frange brillante lorsque la différence de marche varie de λ.

   (c) Comme nous l'avons vu à la question précédente, la différence de marche en O vaut $\delta = 130 \times \lambda$. Comme par ailleurs on a $\delta = (n - n_0)\,L$, on peut en déduire

$$n = n_0 + \frac{130 \times \lambda}{L} = 1,002925 + \frac{130 \times 0,600.10^{-6}}{1,5} = 1,002977.$$

Remarque :

On constate que cette technique de mesure est extrêmement sensible : une variation d'indice inférieure à 10^{-4} fait défiler 130 franges !

Comme n augmente dans C_2, le chemin optique s'allonge sur le bras du bas, et l'ordre d'interférence nul descend pour compenser : les franges défilent vers le bas.